

© 2019 Aufgabenausschuss für die Mathematik-Olympiade in Deutschland  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

590711

Ritter Kunibert hat seinem König Kasimir in einer Schlacht das Leben gerettet. Zur Belohnung führt Kasimir seinen Retter in einen Saal, in dem sich drei gleichgroße Truhen befinden. Auf der ersten Truhe steht „Gold“, auf der zweiten steht „Silber“ und auf der dritten steht „Gold und Silber“.

Kasimir spricht: „Sieh hier diese drei Truhen. Eine ist nur mit Goldmünzen gefüllt, eine nur mit Silbermünzen und eine mit Gold- und Silbermünzen zu gleichen Teilen. Die Aufschriften aber sind sämtlich falsch. Sage mir, aus welcher Truhe ich dir eine Münze zeigen soll, und entscheide dich dann, welche Truhe du haben willst.“

Aus welcher Truhe sollte sich Ritter Kunibert eine Münze zeigen lassen, damit er in jedem Fall die nur mit Goldmünzen gefüllte Truhe erkennen und dann auswählen kann? Begründe deine Antwort.

590712

Gib für jede der Teilaufgaben a), b) und c) jeweils alle diejenigen positiven ganzen Zahlen  $n$  an, welche die angegebene Forderung erfüllen, und weise nach, dass sie die angegebene Forderung erfüllen.

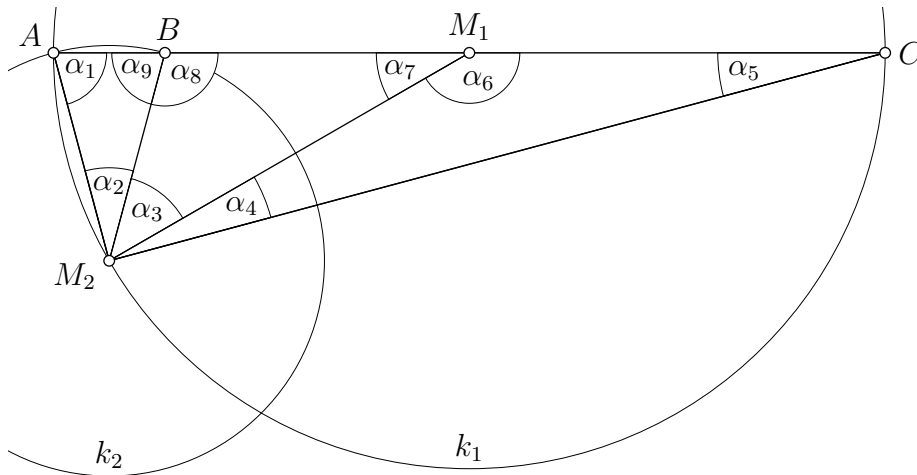
- Die Zahl  $\frac{13}{20} + \frac{n}{20}$  ist kleiner als 1.
- Die Zahl  $\frac{13}{20} - \frac{n}{20}$  ist gleich einer Zahl  $\frac{1}{k}$  mit einer positiven ganzen Zahl  $k$ .
- Die Zahl  $\frac{13}{20} + \frac{n}{20}$  ist eine positive ganze Zahl.

Für besonders interessierte Schülerinnen und Schüler:

- Ermittle alle positiven ganzen Zahlen  $n$ , für die  $\frac{13}{20} + \frac{n}{20}$  größer als  $\frac{4}{5}$  und kleiner als  $\frac{5}{4}$  ist.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

590713



Wir betrachten einen Kreis  $k_1$  mit dem Mittelpunkt  $M_1$  und dem Durchmesser  $\overline{AC}$  sowie einen Kreis  $k_2$ , dessen Mittelpunkt  $M_2$  auf dem Kreis  $k_1$  liegt und der die Gerade  $AC$  im Punkt  $A$  und in einem Punkt  $B$  zwischen  $A$  und  $M_1$  schneidet. Die Größen von neun Winkeln bezeichnen wir wie in der Abbildung angegeben mit  $\alpha_1$  bis  $\alpha_9$ .

Ermittle die Winkelgrößen  $\alpha_2$  bis  $\alpha_9$  unter der Voraussetzung  $\alpha_1 = 75^\circ$  durch Anwendung geometrischer Sätze.

*Hinweis:* Für die Ermittlung einiger Winkelgrößen ist es hilfreich, Paare gleich langer Strecken zu erkennen.

590714

Anne hat aufeinanderfolgende natürliche Zahlen addiert und als Summe 119 erhalten. Von diesen aufeinanderfolgenden Zahlen ist die Differenz aus der größten und der kleinsten eine Primzahl.

Ermittle, welche Zahlen Anne addiert hat, und zeige, dass diese durch die Angaben eindeutig bestimmt sind.